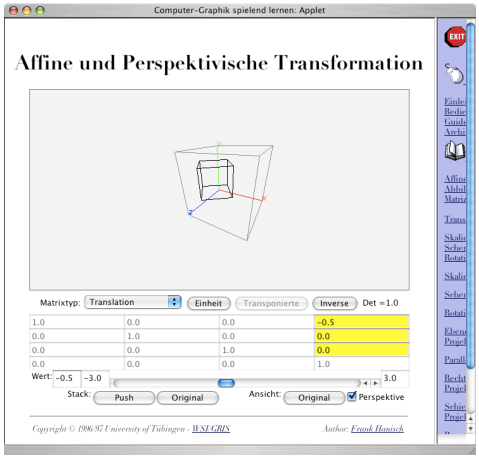
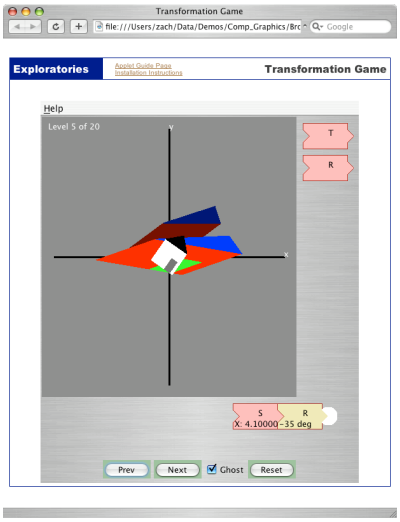
Demo zur Konkatenation von Transformationen



Quelle: http://www.gris.uni-tuebingen.de/gris/GDV/java/doc/html/etc/AppletIndex.html

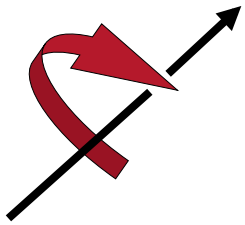
und noch eine ...



http://www.cs.brown.edu/exploratories → Transformation Game

Wieviele Freiheitsgrade haben Rotationen?

- Antwort: 3 DOFs (*degrees of freedom*)
  - 2 DOFs für die Achse + 1 DOF für den Winkel; oder
  - 3 Euler-Winkel

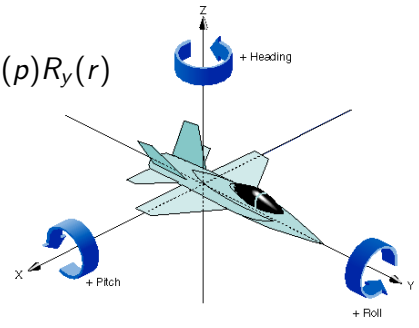


Euler-Winkel

- Euler's Rotations-Satz:
  Jede Rotation kann man mit Hilfe 3-er Winkel um (fast) beliebige Achsen zusammengesetzt werden.
- Diese Winkel heißen Euler-Winkel und bezeichnen meistens Rotationen um eine der drei Welt-Koordinaten-Achsen
- Häufige Variante: 1. x, 2. y, 3. z

$$R(r,p,y) = R_z(y)R_x(p)R_y(r)$$

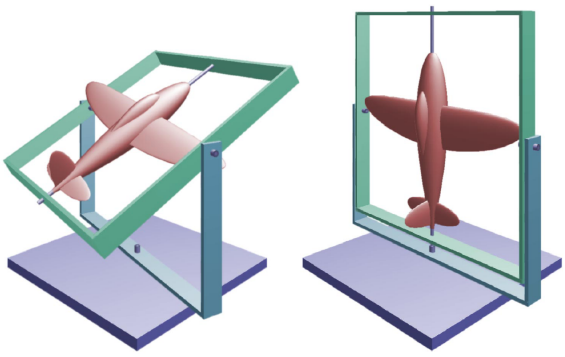
- Bezeichnung oft:
  roll, pitch, yaw (Schiff)
  roll, pitch, heading (Flugzeug)



- Erscheint zunächst sehr natürlich (3 DOFs → 3 Winkel)
- Achtung: die Spezifikation einer Rotation mittels Euler-Winkeln macht viele Probleme!!!!!!!!!
  - Reihenfolge der Rotationen ist nicht festgelegt!
    - Oft *"roll, pitch, yaw"* — aber Zuordnung zu den Achsen nicht definiert!
    - Manchmal auch: z, x, z ! Oder ...
  - Gimbal Lock
  - Werte-Bereiche: für einen der Winkel ist der Bereich nur [-90, +90]
    - Das kann auch gar nicht anders sein
  - Rechnen (z.B. interpolieren) ist unmöglich

Der *Gimbal Lock*

- Tritt dann ein, wenn 2 Achsen (fast) gleich sind
- Folge: 3 Parameter aber nur 2 Freiheitsgrade
  - Nicht mehr eindeutig
  - Rotation um eine der (lokalen) Flugzeugachsen geht nicht mehr!



Euler Angles in the Real World

- Trägheitsmessgerät (Kreiselkompass?) in Apollo
- Um Gimbal-Lock zu vermeiden, wurde ein 4-ter Gimbal eingeführt!

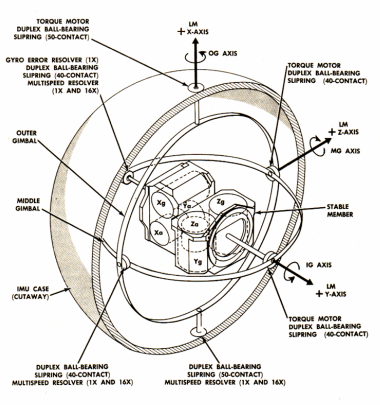
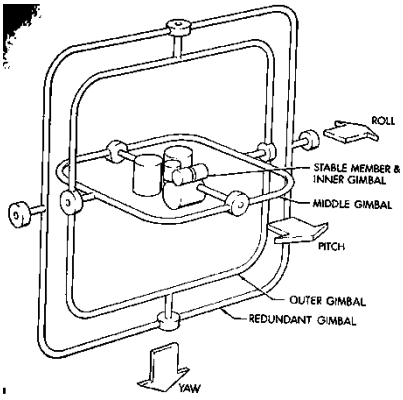


Figure 2.1-24. IMU Gimbal Assembly

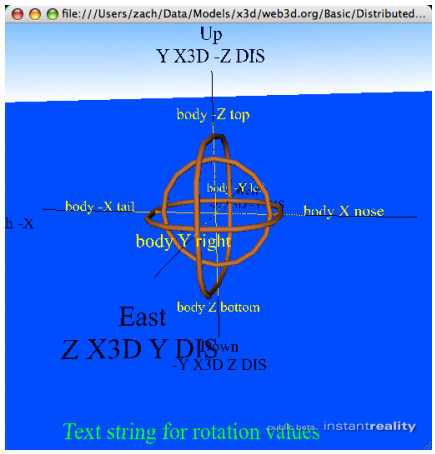


- Kleine Anekdote dazu:

About two hours after the Apollo 11 landing, Command Module Pilot Mike Collins had the following conversation with CapCom Owen Garriott:
104:59:35 *Garriott*: Columbia, Houston. We noticed you are maneuvering very close to gimbal lock. I suggest you move back away. Over.
104:59:43 *Collins*: Yeah. I am going around it, doing a CMC Auto maneuver to the Pad values of roll 270, pitch 101, yaw 45.
104:59:52 *Garriott*: Roger, Columbia. (Long Pause)
105:00:30 *Collins*: (Faint, joking) How about sending me a fourth gimbal for Christmas.

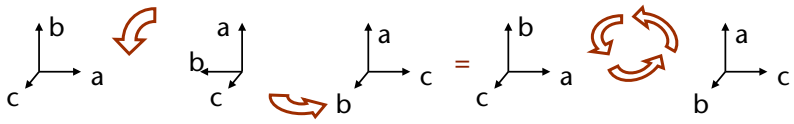
Quelle: http://www.hq.nasa.gov/office/pao/History/alsj/gimbals.html

- Interaktive Demo (VRML):

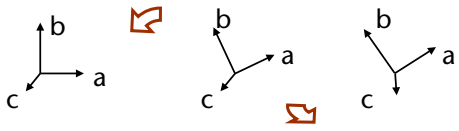


Gimbals.wrl

- Weiteres Problem: Interpolation zwischen zwei Rotationen (Orientierungen) mittels Euler-Winkel klappt nicht
- Beispiel:
  - Rotation von 90° um Z, dann 90° um Y = 120° um (1, 1, 1)

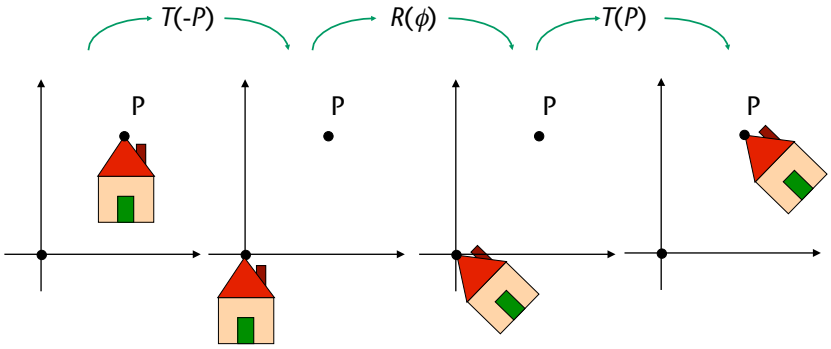


  - Aber: Rotation von 30° um Z, dann 30° um Y ≠ 40° um (1, 1, 1) !



Rotation um einen beliebigen Punkt in 2D

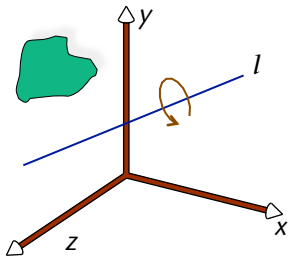
- Rotation mit Winkel ϕ um P



$$M = T_P R_\theta T_{-P}$$

Rotation um eine beliebige Achse in 3D

- Man möchte mit θ um die Gerade l rotieren

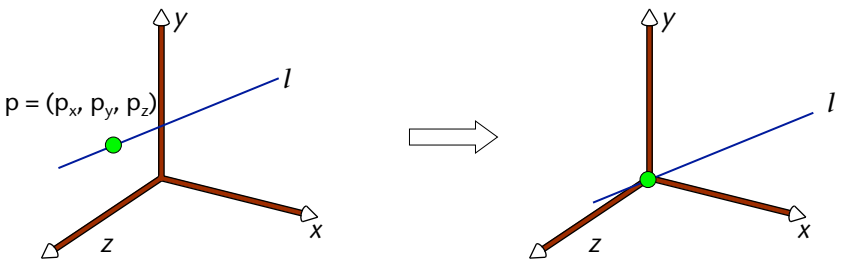


- Gesucht: eine Matrix R, die diese Transformation enthält
- Wir wissen, wie man um eine Koordinatenachse rotiert
- Somit müssen wir die Szene in eine Situation transformieren, mit der wir umgehen können

- Grundidee:
  1. Verschiebe einen Punkt der Geraden in den Ursprung
  2. Rotiere um eine Achse, so daß *l* in einer Koordinatenebene liegt
  3. Rotiere um eine weiter Achse, so daß *l* auf einer Koordinatenachse liegt
  4. Rotiere um diese Achse mit θ
  5. Invertierte Rotation um die Koordinatenachse aus Schritt 3
  6. Invertierte Rotation um die Koordinatenachse aus Schritt 2
  7. Verschieben, so daß *l* wieder in Ausgangsposition (Schritt 1)

Schritt 1

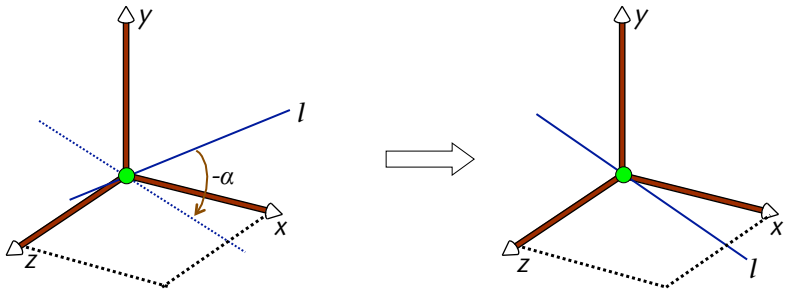
- Verschiebe Gerade, so daß ein Punkt im Ursprung liegt:



$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -p_x \\ 0 & 1 & 0 & -p_y \\ 0 & 0 & 1 & -p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 2

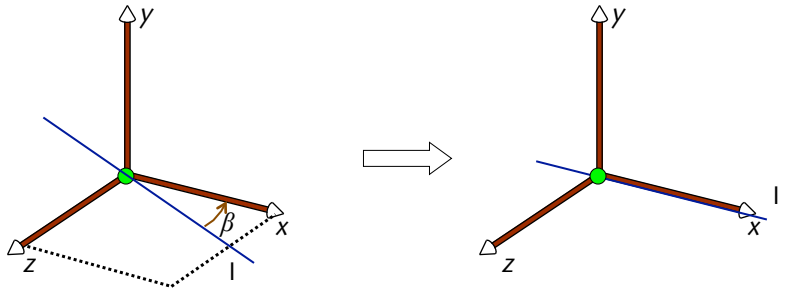
- Rotieren, so daß l in einer Koordinatenebene liegt.
- Hier rotiere mit -α um die z-Achse, so daß l in der xz-Ebene liegt



$$R_z(-\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 3

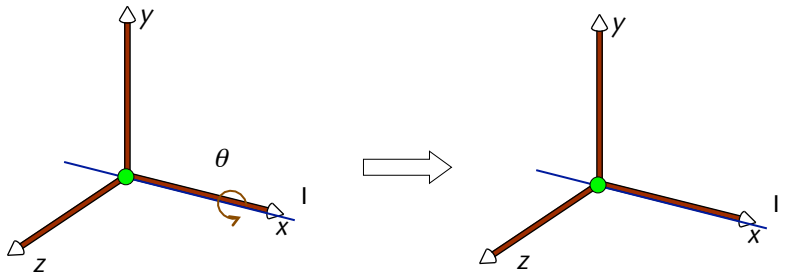
- Rotieren, so daß l auf einer Koordinatenachse liegt
- Hier: rotiere mit β um y-Achse damit Gerade auf der x-Achse liegt



$$R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 4

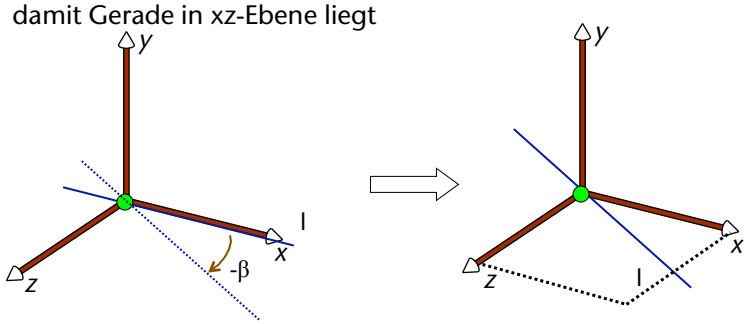
- Durchführen der erwünschten Rotation (rotiere mit θ um x-Achse)



$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 5

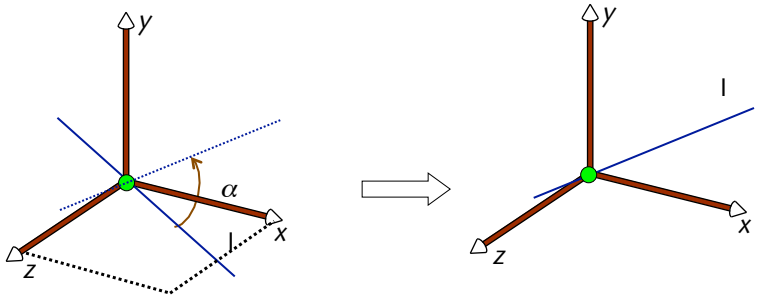
- Durchführen der invertierten Rotation um l zurück in die Koordinatenebene zu verschieben: rotiere mit -β um die y-Achse damit Gerade in xz-Ebene liegt



$$R_y(-\beta) = \begin{pmatrix} \cos(-\beta) & 0 & \sin(-\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-\beta) & 0 & \cos(-\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 6

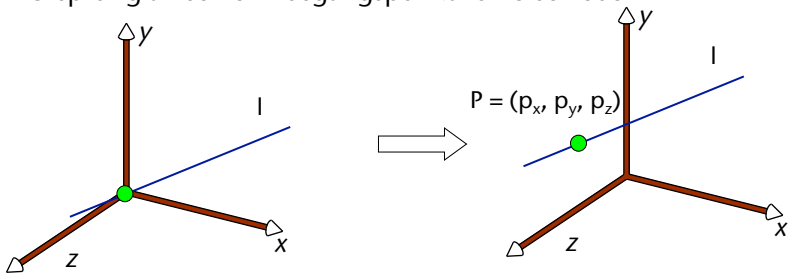
- Durchführen der invertierten Rotation, um l aus der Koordinatenebene zu verschieben: rotiere mit α um z-Achse



$$R_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schritt 7

- Invertiere die Ausgangstranslation, um den Punkt aus dem Ursprung an seinen Ausgangspunkt zu verschieben



$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zusammenfassung

- Die vollständige Transformation zum Rotieren um eine beliebige Achse ist:

$$R_{arb} = T_2(p_x, p_y, p_z)\, R_z(\alpha)\, R_y(-\beta)\, R_x(\theta) \cdot R_y(\beta)\, R_z(-\alpha)\, T_1(-p_x, -p_y, -p_z)$$

- Hat man diese Matrix, so wendet man diese auf jeden Punkt des Objektes an, was den Effekt der Rotation dieses Objektes um die beliebige Achse hat
  - Das überläßt man natürlich OpenGL

Alternative

- Rotationsmatrix zu Achse **r** auf einen Schlag aufstellen:

1. Erzeuge neue Basis (**r**, **s**, **t**) (bestimme **s** und **t**, orthogonal zu **r**; siehe "Math Recap")
2. Transformiere, so daß die Basis (**r**, **s**, **t**) in die Standardbasis (**x**, **y**, **z**) übergeht
3. Rotiere mit Winkel ϕ um **x**-Achse
4. Transformiere zurück in die ursprüngliche Basis

- Zusammen:

$$B = \begin{pmatrix} | & | & | \\ \mathbf{r} & \mathbf{s} & \mathbf{t} \\ | & | & | \end{pmatrix} \qquad M = BR_x(\theta)B^{\mathsf{T}}$$

Charakterisierung von (reinen) Rotationsmatrizen

- Erinnerung:
  - R ist orthogonal $\Leftrightarrow \quad RR^T = I$
  - R orthogonal $\Rightarrow \quad \det(R) = \pm 1$
- Achtung: dabei können noch Spiegelungen enthalten sein!
- R ist eine ordentliche Rotation $\Leftrightarrow$

$$RR^T = I \ \wedge \ \det(R) = +1$$

Zerlegung einer Rotationsmatrix

- Gegeben: Rotationsmatrix R

1. Aufgabe: den Rotationswinkel θ bestimmen

- Lösung:

$$1 + 2\cos\theta = \text{spur}(R)$$

- Beweis:
  - Zu R gibt es eine Basiswechselmatrix U, so daß

$$URU^{-1} = R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

  - Es gilt:

$$\text{spur}(R) = \text{spur}\left(URU^{-1}\right) = \text{spur}\left(R_x(\theta)\right) = 1 + 2\cos\theta$$

Spezielle Eigenschaft der Spur

2. Aufgabe: Rotationsachse **r** bestimmen

- Lösung: **r** ist der Eigenvektor zum Eigenwert 1 der Matrix R
- Beweis: alle Vektoren auf der Rotationsachse bleiben fest, d.h.

$$R\mathbf{r} = 1 \cdot \mathbf{r}$$

- Berechnung der Eigenvektoren einer 3x3-Matrix:
  - Zur Erinnerung: zu jeder Matrix A gibt es eine adjungierte Matrix $A^{\#}$
  - Die Elemente $a_{ij}^{\#}$ der adjungierten Matrix sind definiert als

$$a_{ij}^{\#} = (-1)^{i+j} \det \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots \\ \cdots & & & \\ a_{j1} & & a_{ji} & \\ \cdots & & & \end{pmatrix}$$

  - Es gilt: $AA^{\#} = \det(A) I$

- Falls $\det(A) = 0$, dann ist

$$AA^{\#} = 0 \cdot I = 0$$

- Also gilt für jeden Spaltenvektor **v** aus $A^{\#}$, daß

$$A \cdot \mathbf{v} = 0$$

- Gesucht ist der Eigenvektor **r** zum Eigenwert 1 von R, also ein **r**, so daß

$$(R - I) \cdot \mathbf{r} = 0$$

- Das sind gerade die Spalten von

$$(R - I)^{\#}$$

  - Alle Spalten sind Vielfache einer der Spalten

- Bemerkung: das funktioniert auch für größere Matrizen, ist aber nicht mehr effizient

Der virtuelle Trackball

- Wie gibt man Orientierungen mit der Maus ein?
- Idee:
  - Lege Kugel um das Objekt / die Szene
  - Kugel kann um ihr Zentrum rotieren
  - Maus pickt Punkt auf Oberfläche, den man zieht

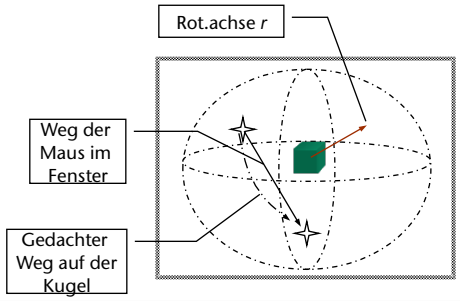
- Geg.: 2D Punkte Startpunkt = (x_1,y_1), Endpunkt = (x_2,y_2)
- Ges.: Rotationsachse r
- Berechnung:
  1. Bestimme 3D Punkte

$$\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$$

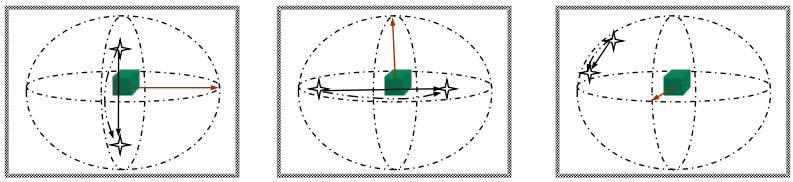
$$z_i = 1 - \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$

  2. Rotationsache

$$\mathbf{r} = \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2$$



- Man kann um alle Achsen (bis auf eine) direkt rotieren:



- Verbesserungen:
  - "Spinning trackball" vermeidet häufiges Nachfassen
  - "Locking" für exaktes Rotieren um eine Koord.achse
  - Was macht man, wenn (x,y) die Ellipse verlassen?
    - Nichts(?) → z wird negativ → dann noch x,y am Kreis nach innen spiegeln → p liegt auf der Rückseite der Kugel

Anatomie einer Matrix

- Erst Rotation, dann Translation:

$$P' = (TR)\,P = MP = R_{3x3} \cdot P + T$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & 0 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} R_{11} & R_{12} & R_{13} & T_x \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & T_y \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & T_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) = \begin{pmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

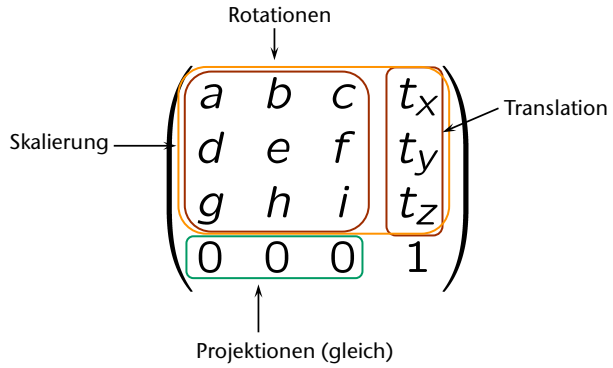
- Erst Translation, dann Rotation:

$$P' = (RT)\,P = MP \cong R\,(P + T) = RP + RT$$

$$M = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & 0 \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & 0 & T_y \\ 0 & 0 & 1 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} R_{3x3} & R_{3x3}\,T_{3x1} \\ 0_{1x3} & 1 \end{pmatrix}$$

- Allgemeiner Aufbau:



Starre Transformationen (*Rigid-Body Transform*)

- Hintereinanderausführung von Translationen und Rotationen
- Erhält Längenverhältnisse und Winkel eines Objektes
  - Objekte werden nicht deformiert / verzerrt
- Allgemeine Form:

$$M = T_t R = \begin{pmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} & t_x \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} & t_y \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Inverse Rigid-Body Transformation:

$$M^{-1} = (T_t R)^{-1} = R^{-1} T_t^{-1} = R^{\mathsf{T}} T_{-t}$$

$$M = \begin{pmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \qquad M^{-1} = \begin{pmatrix} R^{\mathsf{T}} & -R^{\mathsf{T}} t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformationen in OpenGL

- Einfache Befehle zur Objekttransformation:

```
glRotate{fd}( TYPE angle, x, y, z );
```

rotiert um **angle** Grad(!) um die angegeben Achse;

```
glTranslate{fd}( TYPE x,y,z );
```

transliert um den angegebenen Betrag;

```
glScale{fd}( TYPE x,y,z );
```

skaliert um die angegebenen Faktoren.

- Ein **glRotate** / **glTranslate** (u.ä.) wirkt sich nur auf die nachfolgende Geometrie aus!

Matrizen in OpenGL

- Es gibt eine „globale“ Matrix „**MODELVIEW**“, die anfangs mit der Einheitsmatrix besetzt ist
- Jeder Aufruf von **glRotate**, **glScale** etc. resultiert in der Multiplikation der entsprechenden Matrix mit der „globalen“ Matrix von **rechts**, z.B.

```
glScalef( sx,sy,sz )
```

$$\Leftrightarrow \quad M_{\text{MODELVIEW}} \cdot \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
glTranslatef( tx,ty,tz )
```

$$\Leftrightarrow \quad M_{\text{MODELVIEW}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Beachte die Reihenfolge in einer Matrixkette:

Reihenfolge der OpenGL-Befehle

$$p' = M_n \cdot \ldots \cdot M_2 \cdot M_1 \cdot p$$

Reihenfolge der Ausführung

- Die Anordnung entspringt aus dem Programmablauf
- Konzeptionell kann man es sich wie folgt vorstellen:

```
glScalef(1.5,1,1);
glTranslatef(.2,0,0);
glRotatef(30,0,0,1);
render geometry
```

„Die Geometrie wandert rückwärts durch das Programm und sammelt die Transformationen ein“

Direkte Matrizenspezifizierung

- Man kann auch direkt Matrizen angeben:

```
glMultMatrix{fd}( TYPE * m );
```

multipliziert die Matrix auf die aktuelle **MODELVIEW**-Matrix

```
glLoadMatrix{fd}( TYPE * m );
```

ersetzt die aktuelle **MODELVIEW**-Matrix durch die angegebene.

```
glLoadIdentity();
```

Spezialfall: Einheitsmatrix

- Matrixabfrage:

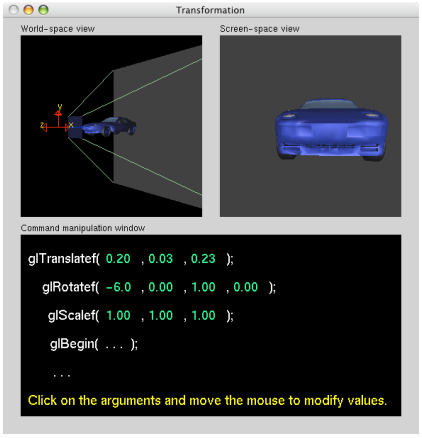
```
glGetFloatv( GL_MODELVIEW_MATRIX, float * m );
```

- Achtung: Matrizen werden **spaltenweise** abgelegt, nicht, wie in C üblich, zeilenweise!
  - Das nent sich "*column-major order*" (der Standard, z.B. in C, ist *row-major order*)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

```
GLfloat matrix[] =
{
        1, 0, 0, 0,
        0, 1, 0, 0,
        0, 0, 1, 0,
        tx, ty, tz, 1
};
```

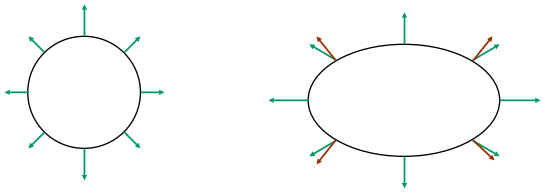

Demo ...



http://www.xmission.com/~nate/tutors.html

Transformation von Normalen

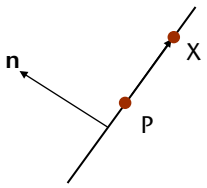
- Behauptung:
  Wenn das Objekt um M transformiert wird, dann müssen die Normalen der Oberfläche um $N = (M^{-1})^T$ transformiert werden
- Bei starren Transformationen:
  - Translation beeinflusst die Normalen der Oberfläche nicht
  - Im Fall der Rotation ist $M^{-1} = M^T$ und somit $N = M$
- Bei nicht-uniformer Skalierung und Scherung ist $N = (M^{-1})^T \neq M$!
  - Beispiel:



- Beweis:

  wir wissen

$$(X - P)^{\mathsf{T}}\mathbf{n} = 0$$

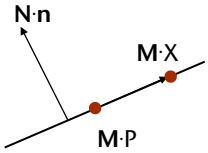


  wir hätten gerne

$$(M \cdot X - M \cdot P)^{\mathsf{T}} \cdot (N \cdot \mathbf{n}) = (X - P)^{\mathsf{T}} \cdot M^{\mathsf{T}} \cdot N \cdot \mathbf{n} = 0$$

  setze also

$$N = \left(M^{\mathsf{T}}\right)^{-1}$$



  damit ist

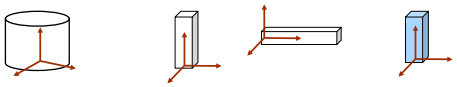
$$(X - P)^{\mathsf{T}} \cdot M^{\mathsf{T}} (M^{\mathsf{T}})^{-1} \cdot \mathbf{n} = (X - P)^{\mathsf{T}} \cdot I \cdot \mathbf{n} = 0$$

Relative Transformationen

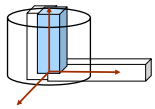
- Eine Konkatenierung von Transformationen kann man auch als eine Folge von (voneinander abhängigen) Koordinatensystemen ansehen
- Beispiel: Roboter

  - Besteht aus diesen Einzelteilen

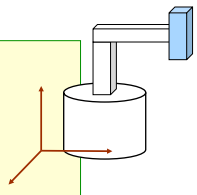
  - Jedes Teil wurde in seinem eigenen Koordinatensystem spezifiziert (als Array von Punkten) → heißt Objektkoordinatensystem



  - Rendert man alle Teile ohne jede Transformation, entsteht folgendes:



- Würde man jedes Teil, ausgehend vom Ursprung des Weltkoordinatensystems, an seinen Platz transformieren, sähe das ungefähr so aus:



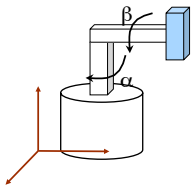
```
glLoadIdentity();
// set up camera
glTranslatef( tr_base_x, tr_base_y , … );
render base …
glLoadIdentity();
// set up camera
glTranslatef( tr_base_x, tr_base_y + 10, … );
render upper arm …
glLoadIdentity();
// set up camera
glTranslatef( tr_base_x, tr_base_y + 10 + 5, … );
render lower arm …
. . .
```

Ann.: Höhe der Basis ist 10

Ann.: Höhe des Oberarms ist 5

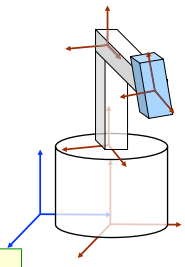
- Natürlich macht man es ungefähr so:

```
glLoadIdentity();
// set up camera

glTranslatef( tr_base_x, tr_base_y , … );
render base …

glTranslatef( 0, HEIGHT_BASE, 0 );
glRotatef( alpha, 0, 1, 0 );
render upper arm …

glTranslatef( 0, HEIGHT_UPPER_ARM, 0 );
glRotatef( beta, 1, 0, 0 );
render lower arm …

glTranslatef( X_SIZE_LOWER_ARM, 0, 0 );
render hand …
```



Solche Parameter würde man natürlich in einer Klasse 'Roboter' als Instanzvariablen speichern

- Alternative Betrachtungsweise ist, daß bei jeder Transformation ein neues lokales Koordinaten-system entsteht, das bezüglich seines Vater-Koordinatensystems um genau diese Transf. transformiert ist



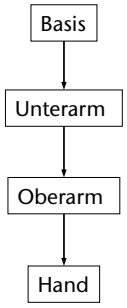
```
glLoadIdentity();
// set up camera

glTranslatef( tr_base_x, tr_base_y , … );
render base …

glTranslatef( 0, HEIGHT_BASE, 0 );
glRotatef( alpha, 0, 1, 0 );
render upper arm …

glTranslatef( 0, HEIGHT_UPPER_ARM, 0 );
glRotatef( beta, 1, 0, 0 );
render lower arm …

glTranslatef( X_SIZE_LOWER_ARM, 0, 0 );
render hand …
```

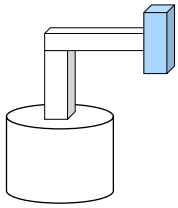
In dieser Reihenfolge entstehen die lokalen Koordinaten-systeme aus dem Weltkoordinaten-system

In dieser Reihenfolge werden die Transfor-mationen auf die Geometrie (d.h., die Punkte) angewendet

Objekthierarchien

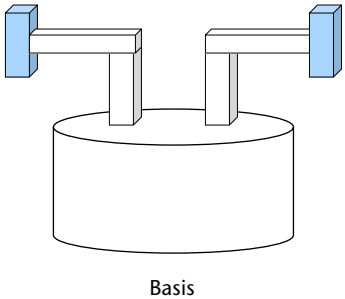
- Dadurch ergibt sich eine Abhängigkeit der Objekte
  - Sie betrifft vor allem deren Transformationen
  - Betrifft später auch andere Attribute (z.B. Farbe)
- Der so definierte Baum heißt Szenengraph

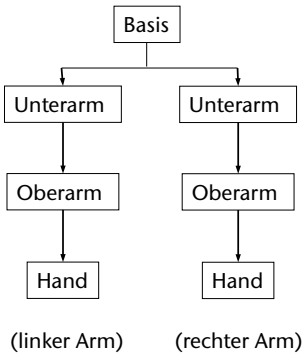




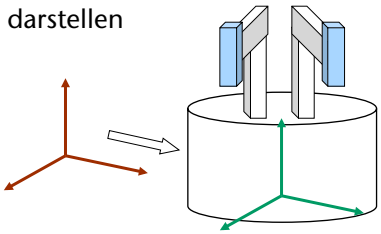
- Bemerkung: wir werden in diesem Semester Szenengraphen noch nicht explizit darstellen

- Ein etwas komplizierteres Beispiel:

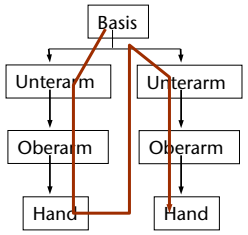




- Aufgabe: folgende Konfiguration darstellen



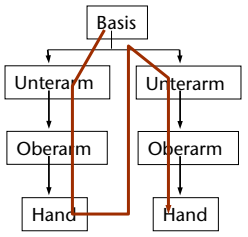
- Natürliche Vorgehensweise ist Depth-First-Traversal durch den Szenengraph:

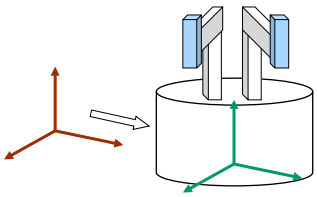



```
Do transformation(s)
Draw base
Do transformation(s)
Draw left arm
Do transformation(s)
Draw right arm
```

Welche sind das ??

Erster (falscher) Versuch





```
Translate(5,0,0)
Draw base
Rotate(75, 0, 1, 0)
Draw left arm
Rotate(-75, 0, 1, 0)
Draw right arm
```

Was ist hier falsch?!

Antwort: der rechte Arm soll relativ zur Basis um -75 Grad gedreht sein, in diesem Programm aber wird er relativ zum linken Arm gedreht!

Lösung

```
Initiale MODELVIEW Matrix M
Translate(5,0,0) → M = M·T
Draw base
Rotate(75, 0, 1, 0)
Draw left arm
Rotate(-75, 0, 1, 0)
Draw right arm
```

Speichere die MODELVIEW-Matrix an dieser Stelle in einem Zwischenspeicher

Restauriere diese gemerkte MODELVIEW-Matrix an dieser Stelle aus dem Zwischenspeicher

⇨ **Lösung: ein Matrix-Stack**

```
Initiale MODELVIEW Matrix M
Translate(5,0,0) → M = M·T
Draw base
Rotate(75, 0, 1, 0)
Draw left arm
Rotate(-75, 0, 1, 0)
Draw right arm
```

An dieser Stelle die aktuelle MODELVIEW-Matrix auf den Stack pushen

An dieser Stelle die oberste Matrix vom Stack pop-en und in die MODELVIEW-Matrix schreiben

Der Matrix-Stack in OpenGL

- In OpenGL gibt es einen MODELVIEW-Matrix-Stack
- Die oberste Matrix auf diesem Stack ist die aktuelle MODELVIEW-Matrix, die für die Geometrie-Transformation verwendet wird
- Alle Transformations-Kommandos (glLoadMatrix, glMultMatrix, glTranslate, ...) operieren auf dieser obersten Matrix!
- Operationen:

```
glPushMatrix();
```

dupliziert die oberste Matrix auf dem Stack und legt diese oben auf dem Stack ab;

```
glPopMatrix();
```

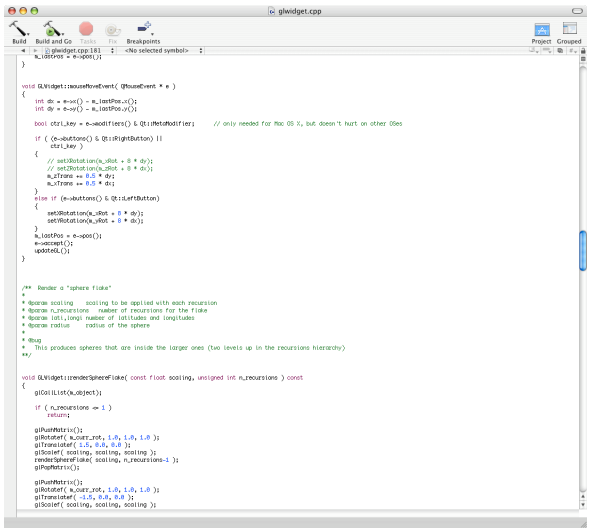
wirft die oberste Matrix vom Stack weg.

Beispiel

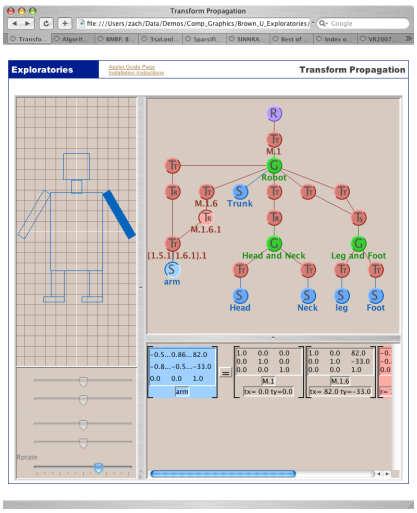
```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
glMultMatrix( M1 );
glTranslate( T );
glPushMatrix();
glRotate( R );
glPushMatrix();
glMultMatrix( M2 );
glPopMatrix();
glScale( S );
glPopMatrix();
```

Aktuelle MODELVIEW-Matrix:	Zustand des Matrix-Stacks:
I	I
M1	M1
M1·T	M1·T
M1·T	M1·T | M1·T
M1·T·R	M1·T | M1·T·R
M1·T·R	M1·T | M1·T·R | M1·T·R
M1·T·R·M2	M1·T | M1·T·R | M1·T·R·M2
M1·T·R	M1·T | M1·T·R
M1·T·R·S	M1·T | M1·T·R·S
M1·T·R	M1·T

Beispiel im Code

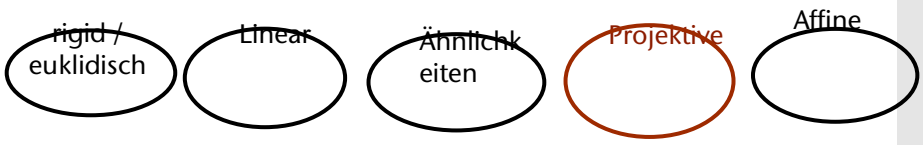


Demo zum Szenengraph



http://www.cs.brown.edu/exploratories → Transformation Propagation

Klassifikation aller Transformationen



Translation Identität Rotation Uniforme Skalierung Skalierung Spiegelung Scherung

Klassifikation aller Transformationen